Всероссийская олимпиада школьниковпо
МАТЕМАТИКЕ

Муниципальный этап
4 класс
Инструкция по выполнению работы

В каждой из предложенных вам задач нужно ***написать правильный ответ****. Ответ может быть числовой, а может быть строкой текста. Если в задаче требуется привести пример, достаточно указать один пример.* ***Никаких решений задач писать не нужно! Если вы пишете олимпиаду очно, то вы сдаете ТОЛЬКО бланк ответов. Если вы пишете онлайн, то вам нужно ввести ответы в систему. Условия задач можно оставить себе.*** *Пользоваться калькулятором НЕ разрешается*

Максимальное количество баллов — 100.
Время выполнения заданий — 180 минут.

Желаем успеха!

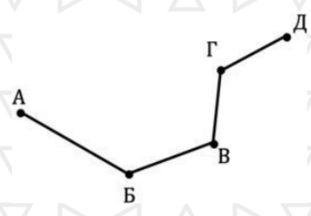
Задача 1. В левой части равенства 0 8 1 2 2 0 2 2 = 41 расставьте в некоторых (можно во всех) промежутках между цифрами знаки арифметических действий (+, –, ×, ÷) так, чтобы получилось верное равенство. *В ответ запишите все выражение целиком.*

Задача 2. Парашютист падал 4 секунды с нераскрытым парашютом. За первую секунду он пролетел 4 м 90 см, а в каждую следующую секунду парашютист пролетал на 9 м 80 см больше, чем в предыдущую. Сколько сантиметров пролетел парашютист с нераскрытым парашютом за эти четыре секунды?

Задача 3. В школьной библиотеке записаны 35 мальчиков и 27 девочек. Каждую неделю в библиотеку записываются два новых мальчика и три новые девочки. Через сколько недель число записанных девочек и мальчиков сравняется?

Задача 4. Сегодня 08.12.2022. Какую самую удаленную дату в будущем можно записать, использовав те же самые восемь цифр? *Ответ записать в виде «xy.ab.cdef», используя точку, как разделитель.*

Задача 5. Автомобильная дорога проходит через пять деревень, как показано на рисунке. Если автомобиль едет из деревни А в деревню Д по автомобильной дороге, то он проезжает 325 км, если из В в Г – 122 км, а из А в В – 131 км. Расстояние между Б и В равно расстоянию между Г и Д, сколько километров от А до Б?



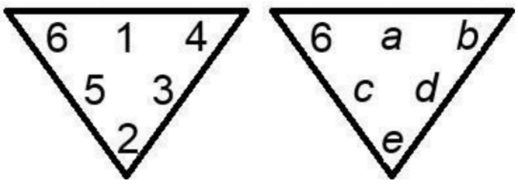
Задача 6. Аня, Белла, Варя и Галя купили в кафе свои любимые десерты – эклер, кекс, чизкейк и пончик. У каждой из девочек один любимый десерт. Все купили разные десерты. Аня не любит эклеры и кексы, Белла купила чизкейк. Варя не покупала кексы. Какой десерткупила Галя?

Задача 7. Саша и Петя готовятся к олимпиаде по математике. Петя спросил Сашу, сколько задач он решил. Саша ответил ему, немного приукрасив: «Я решил 43+57=207 задач». Петя знает, что Саша уменьшил или увеличил каждую цифру на единицу (то есть, если Саша говорит число 85, то на самом деле это могло быть 74, 76, 94 или 96). Сколько задач мог решить Саша? *Если в задаче возможно несколько ответов, запишите их сумму.*

Задача 8. У волшебного дерева 13 ветвей. На каждой из ветвей растет либо 3 персика, либо 5 груш, либо 6 яблок. На дереве есть все три вида фруктов, больше всего груш, а меньше всего яблок. Какое минимальное количество плодов может быть на этом дереве?

Задача 9. Кира прочитала несколько **листов** из книги «Всё о комбинаторике», каждый лист состоит из двух страниц. Она начала читать со страницы номер 163. Когда Кира закончила читать, то увидела, что на последней прочитанной странице было написано число с теми же цифрами, но в другом порядке. Сколько страниц прочитала Кира?

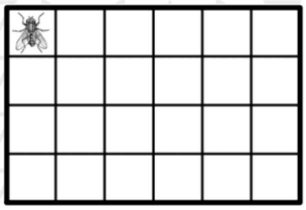
Задача 10. На рисунке справа представлен треугольник. В нем необходимо расставить числа от 1 до 6, каждое по одному разу. Числа во второй и третьей строке обладают следующим свойством: каждое число равно разности чисел, стоящих над ним слева и справа. Например на нарисованном слева треугольнике: 6−1=5, 4−1=3, 5−3=2. Найдите еще один треугольник, обладающий данным свойством, в котором одна цифра уже поставлена. *Ответ запишите в виде: «a, b, c, d, e». Например, для треугольника на картинке ответ будет «1, 4, 5, 3, 2».*



Задача 11. Два мотоциклиста движутся по улицам города с постоянной скоростью. С одной стороны одной из улиц на равном расстоянии друг от друга высажены деревья. Один мотоциклист преодолел расстояние от первого до седьмого дерева за 7 секунд, а другой — от первого до пятого дерева за 5 секунд. Каждый из них преодолел расстояние от первого до сорок девятого дерева. На сколько секунд один из двоих мотоциклистов преодолел это расстояние быстрее другого?

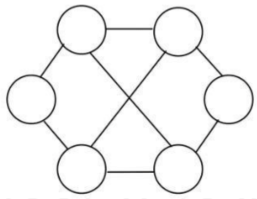
Задача 12. Трое братьев (все – разного возраста) получили в сумме 24 конфеты. Каждый получил столько конфет, сколько ему лет сейчас. Вначале самый младший взял половину своих конфет и раздал поровну своим братьям, а вторую половину оставил себе. После этого средний сделал то же самое: оставил половину имеющихся у него конфет себе, а остальные раздал поровну братьям. Наконец, самый старший из них сделал то же самое. В результате обменов оказалось, что у троих братьев стало равное количество конфет. Сколько лет самому старшему из братьев?

Задача 13. Муха ходит по полю размером 4×6 клеточек. Вначале она стоит в левом верхнем углу. Каждую секунду муха переползает в любую соседнюю по стороне клетку (в том числе она может переползти и в ту, в которой уже была). Сколько существует клеток, в которых она может оказаться ровно через 4 секунд?



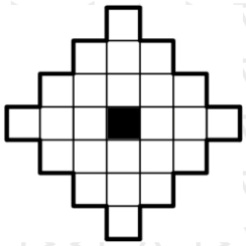
Задача 14. Сколько семизначных чисел имеют произведение цифр, равное 35?

Задача 15. В шести кружочках на рисунке разместили числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, каждое по одному разу. Какое максимальное количество отрезков может соединять числа с разницей, большей 2?



Задача 16. Яна решила составить меню на шесть дней подряд, в которое каждый день входили бы один, два или три грецких ореха. В первые два дня она должна съесть в три раза меньше грецких орехов, чем в остальные четыре дня. Сколько различных меню она может составить, если количество грецких орехов, съеденных в каждый из дней, кроме первого, должно быть не меньше, чем съеденных в предыдущий день?

Задача 17. На картинке показана фигура с дыркой в центре. Эту фигуру требуется разрезать без остатка на клетчатые фигурки из трех клеток вида  и  (при этом необязательно использовать оба вида фигурок). Фигурки можно поворачивать и переворачивать, но они не могут накладываться друг на друга и выходить за пределы доски. Какое а) наибольшее и какое б) наименьшее количество фигурок в форме прямоугольника при этом может быть использовано? *Ответ оформить в виде «а) 20, б) 10».*



Задача 18. Дана таблица сложения. В первой строке и в первом столбце находятся числа, которые складываются между собой. Например, А+Г = 7, Г+В = 15. Часть цифр заменена буквами. Сумма чисел в выделенном квадрате 4×4 равна 224. Найдите число Д.

+	А	7	Б	В
Г	7			15
11			19	
Д				
6				16

Задача 19. Саша решил завести себе четыре собаки. Собаки приехали из четырех городов: Казань, Москва, Екатеринбург и Сочи. Саша выбрал следующие породы: лабрадор, далматинца, волкодава и таксу из разных городов, с разными именами и разного возраста.

• Самой старшей из собак была такса, ей было 5 лет.
• Леонардо был третьим по старшинству из них.
• Волкодав приехал из Екатеринбурга.
• Собаку из Сочи звали Донателло.
• Вчера Микеланджело отпраздновал свой четвертый день рождения.
• Лабрадор приехал из Москвы.
• Рафаэль не был далматинцем.

• Волкодаву было три года.
• Самым младшим из отобранных собак был Рафаэль, ему было два года.
Какой породы Микеланджело и из какого города он приехал?

Задача 20. Палиндром — это число, одинаково читающееся справа налево и слева направо. Например, числа 1, 33, 121, 4554 — палиндромы. Камиль выписывает все палиндромы по порядку возрастания: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 22, … Какое число в его ряду будет стоять сто девяносто восьмым по счету?

Всероссийская олимпиада школьниковпо
МАТЕМАТИКЕ

Муниципальный этап
5 класс
Инструкция по выполнению работы

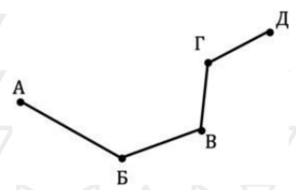
В каждой из предложенных вам задач нужно ***написать правильный ответ****. Ответ может быть числовой, а может быть строкой текста. Если в задаче требуется привести пример, достаточно указать один пример.* ***Никаких решений задач писать не нужно! Если вы пишете олимпиаду очно, то вы сдаете ТОЛЬКО бланк ответов. Если вы пишете онлайн, то вам нужно ввести ответы в систему. Условия задач можно оставить себе.*** *Пользоваться калькулятором НЕ разрешается*

Максимальное количество баллов — 100.
Время выполнения заданий — 180 минут.

Желаем успеха!

Задача 1. Парашютист падал 5 секунд с нераскрытым парашютом. За первую секунду он пролетел 4 м 90 см, а в каждую следующую секунду парашютист пролетал на 9 м 80 см больше, чем в предыдущую. Сколько сантиметров пролетел парашютист с нераскрытым парашютом за эти пять секунд?

Задача 2. Автомобильная дорога проходит через пять деревень, как показано на рисунке. Если автомобиль едет из деревни А в деревню Д по автомобильной дороге, то он проезжает 325 км, если из В в Г – 122 км, а из А в В – 131 км. Расстояние между Б и В равно расстоянию между Г и Д, сколько километров от А до Б?



Задача 3. Возле торгового центра имеется 120 парковочных мест. В 9:42 на стоянке находилось 42 машины. В 9:45 на стоянку сначала приехали четыре машины и сразу же уехали две машины. И так повторялось через каждые три минуты. Во сколько парковка впервые заполнилась полностью? *Ответ дайте в форме «15:26».*

Задача 4. Сегодня 08.12.2022. Какую самую удаленную дату в будущем можно записать, использовав те же самые восемь цифр? *Ответ записать в виде «xy.ab.cdef», используя точку, как разделитель.*

Задача 5. Кира прочитала несколько **листов** из очень толстой книги «Всё о комбинаторике», каждый лист состоит из двух страниц. Она начала читать со страницы под номером 1361. Когда Кира закончила читать, то увидела, что номер последней прочитанной ею страницы записывается теми же самыми цифрами, но в другом порядке. Сколько страниц прочитала Кира?

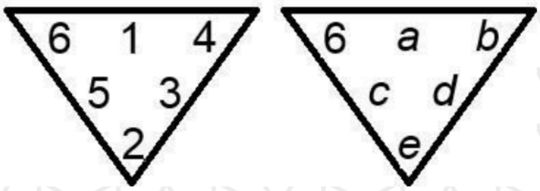
Задача 6. Фермер хочет перевезти 5 тонн (5000 кг) сена за три рейса на КамАЗе. В первый рейс загруженный сеном КамАЗ весил 3950 кг, во второй – 3750, а в третий – 3150 кг. Сколько весит грузовик? *В ответе укажите вес в килограммах.*

Задача 7. Ваня нашел самое маленькое натуральное число, сумма цифр которого равна 2022. Чему равны его первые две цифры (считая слева направо)?

Задача 8. В классе учится 28 детей. Ученикам выставили оценки за вторую четверть. Десять детей из класса получили пятерку по татарскому языку, восемь — по математике и пятнадцать — по рисованию. Шесть учеников получили пятерку только по татарскому языку, четыре ученика — только по математике, и десять учеников — только по рисованию. Только трое учеников получили пятерки одновременно и по математике и по рисованию, а один из них получил еще и пятерку по татарскому языку. Сколько учеников получили пятерки ровно по двум из этих трех предметов?

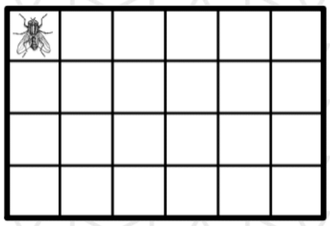
Задача 9. У Васи 15 друзей — мальчики и девочки, каждый из которых живет или в Бугульме, или в Елабуге. Друзей из Елабуги у Васи в два раза больше, чем из Бугульмы. Третья часть всех мальчиков живет в Бугульме, кроме того, количество мальчиков в Бугульме на 3 меньше количества всех девочек. Сколько среди Васиных друзей девочек, живущих в Елабуге?

Задача 10. На рисунке справа представлен треугольник. В нем необходимо расставить числа от 1 до 6, каждое по одному разу. Числа во второй и третьей строке обладают следующим свойством: каждое число равно разности чисел, стоящих над ним слева и справа. Например на нарисованном слева треугольнике: 6−1=5, 4−1=3, 5−3=2. Найдите еще один треугольник, обладающий данным свойством, в котором одна цифра уже поставлена. *Ответ запишите в виде: «a, b, c, d, e». Например, для треугольника на картинке ответ будет «1, 4, 5, 3, 2».*

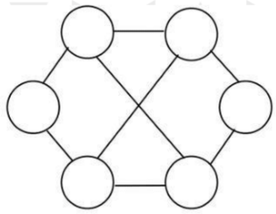


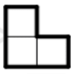
Задача 11. Сколько семизначных чисел имеют произведение цифр, равное 70?

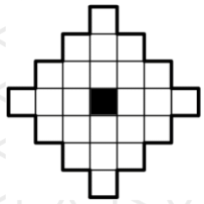
Задача 12. Муха ходит по полю размером 4×6 клеточек. Вначале она стоит в левом верхнем углу. Каждую секунду муха переползает в любую соседнюю по стороне клетку (в том числе она может переползти и в ту, в которой уже была). Сколько существует клеток, в которых она может оказаться ровно через 6 секунд?



Задача 13. В шести кружочках на рисунке разместили числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, каждое по одному разу. Какое максимальное количество отрезков может соединять числа с разницей, большей 2?



Задача 14. На картинке показана фигура с дыркой в центре. Эту фигуру требуется разрезать без остатка на клетчатые фигурки из трех клеток вида  и  (при этом необязательно использовать оба вида фигурок). Фигурки можно поворачивать и переворачивать, но они не могут накладываться друг на друга и выходить за пределы доски. Какое а) наибольшее и какое б) наименьшее количество фигурок в форме прямоугольника при этом может быть использовано? *Ответ оформить в виде «а) 20, б) 10».*



Задача 15. Дана таблица сложения. В первой строке и в первом столбценаходятся числа, которые складываются между собой. Например, А+Г = 7, Г+В = 15. Часть цифр заменена буквами. Сумма чисел в выделенном квадрате 4×4 равна 224. Найдите число Д.

+	А	7	Б	В
Г	7			15
11			19	
Д				
6				16

Задача 16. На острове живут рыцари (говорят только правду) и лжецы (всегда лгут). Путешественник встретил группу из шести островитян и спросил каждого из них, сколько среди них лжецов. Он получил следующие ответы (некоторые могли прозвучать несколько раз): «Один», «Два», «Шесть». Сколько на самом деле могло быть лжецов среди них? Если в задаче возможно несколько ответов, запишите их сумму.

Задача 17. В темной комнате находятся 11 белых, 25 серых, 27 рыжих и 29 черных кошек. Сколько кошек нам нужно поймать, чтобы обязательно нашлось не менее 15 кошек какого-то одного цвета и не менее 13 кошек какого-то другого цвета?

Задача 18. Андрей, Боря, Вова и Глеб живут в четырех домах под номерами 1, 2, 3 и 4, которые расположены на одной улице в указанном порядке. У каждого ребенка есть по одному домашнему животному и каждый занимается одним видом спорта. Андрей живет в доме номер 1. У Бори есть собака. Ребенок, у которого есть попугай, занимается футболом, а тот, кто живет в доме № 4, — гандболом. Вова живет рядом с ребенком, у которого есть хомяк, а соседями мальчика, который занимается баскетболом, являются два человека: тот кто живет в доме № 3, и тот, кто занимается теннисом. Андрей живет ближе к Боре, чем к Глебу. Как зовут ребенка, у которого есть кот?

Задача 19. Из отрезков длины 11 см, 10 см, 9 см, 7 см, 4 см, 3 см, 2 см сложили прямоугольник. Чему может быть равна его площадь? *Необходимо указать все варианты ответа через запятую, например «25, 30, 37».*

Задача 20. Палиндром — это число, одинаково читающееся справа налево и слева направо. Например, числа 1, 33, 121, 4554 — палиндромы. Камиль выписывает все палиндромы по порядку возрастания: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 22, … Какое число в его ряду будет стоять сто девяносто седьмым по счету?

Всероссийская олимпиада школьниковпо
МАТЕМАТИКЕ

Муниципальный этап
6 класс
Инструкция по выполнению работы

В каждой из предложенных вам задач нужно ***написать правильный ответ****. Ответ может быть числовой, а может быть строкой текста. Если в задаче требуется привести пример, достаточно указать один пример.* ***Никаких решений задач писать не нужно! Если вы пишете олимпиаду очно, то вы сдаете ТОЛЬКО бланк ответов. Если вы пишете онлайн, то вам нужно ввести ответы в систему. Условия задач можно оставить себе.*** *Пользоваться калькулятором НЕ разрешается*

Максимальное количество баллов — 100.
Время выполнения заданий — 180 минут.

Желаем успеха!

Задача 1. Решите ребус АБ + АВ + БВ = ВБА. Одинаковые буквы означают одинаковые цифры, разные буквы — разные цифры. *В ответе запишите трехзначное число ВБА.*

Задача 2. Даша задумала число. Затем она вычла из него 2, результат умножила на 5, полученное число снова уменьшила на 2, а затем результат снова умножила на 5. У нее получилось задуманное число. Чему оно равно? Ответ дайте в виде десятичной дроби.

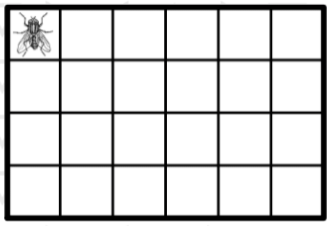
Задача 3. Сегодня 08.12.2022. Какую самую удаленную дату в будущем можно записать, использовав те же самые восемь цифр? *Ответ записать в виде «xy.ab.cdef», используя точку, как разделитель.*

Задача 4. 1 января 2022 года Саша решил, что ежедневно в 2022 году будет записывать дату и вычислять сумму всех написанных цифр. Например, сегодня у него получится 0+8+1+2+2+0+2+2=17. А какая наибольшая сумма у него может получиться?

Задача 5. У двух братьев спросили, сколько им лет. Первый ответил: «Мой возраст равен половине возраста моего брата плюс еще 6 лет». Второй сказал: «Мне столько же лет, сколько и брату, плюс еще 6 лет». Сколько лет младшему брату?

Задача 6. Сколькими способами можно выбрать три натуральных числа a, b и c такие, что $a<b<c$ и произведение всех трех чисел равно 100?

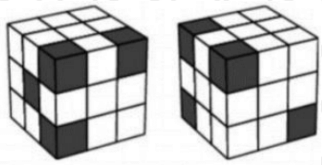
Задача 7. Муха ходит по полю размером 4×6 клеточек. Вначале она стоит в левом верхнем углу. Каждую секунду муха переползает в любую соседнюю по стороне клетку (в том числе она может переползти и в ту, в которой уже была). Сколько существует клеток, в которых она может оказаться ровно через 6 секунд?



Задача 8. Вычислите

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{7}+\frac{1}{42}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{4}{7}+\frac{1}{84}\right).$$

Задача 9. На картинке изображен один и тот же кубик 3×3×3, но с двух разных точек. Он состоит из 27 маленьких кубиков, каждый из которых либо полностью белый, либо полностью черный. Какое наибольшее количество черных кубиков может быть?



Задача 10. Расставьте в некоторых (можно во всех) промежутках между цифрами: 8 1 2 2 0 2 2 знаки арифметических действий («+», «–», «×», «÷») так, чтобы значение получившегося выражения равнялось 99. Можно использовать скобки. *В ответ запишите все выражение целиком.*

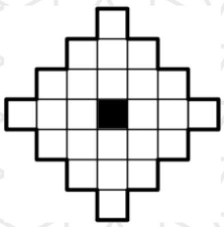
Задача 11. Какую долю от общего количества трехзначных чисел составляют трехзначные числа, в записи которых используются только четные цифры? *Ответ дать в виде несократимой обыкновенной дроби, например «3/17».*

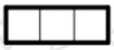
Задача 12. Чашка кипящей воды (температуры 100°) помещена в холодильник, температура в котором поддерживается постоянной и равной 4°. Предположим, что разница между температурой воды и температурой холодильника каждые 5 минут становится вдвое меньше, чем была. Сколько градусов будет составлять температура воды через 15 минут?

Задача 13. Вдоль улицы внутри квартала стоят дома, их номера четны и номер каждого следующего на 2 больше предыдущего. Номер первого дома больше 2. Известно, что 32% домов имеют номер меньше 39, а 28% домов имеют номер больше 59. Сколько всего домов стоят вдоль улицы в квартале?

Задача 14. Семь судей выставляют оценки от 1 до 10 за выступление в гимнастике. Сумма всех семи выставленных оценок равна 37. После этого убирается одна самая высокая оценка и одна самая низкая (если есть несколько одинаковых самых высоких или самых низких оценок, то убирается только одна из них). Какая наибольшая сумма пяти оставшихся оценок могла получиться?

Задача 15. На картинке показана фигура с дыркой в центре. Эту фигуру требуется разрезать без остатка на клетчатые фигурки из трех клеток



вида  и  (при этом необязательно использовать оба вида фигурок). Фигурки можно поворачивать и переворачивать, но они не могут накладываться друг на друга и выходить за пределы доски. Какое а) наибольшее и какое б) наименьшее количество фигурок в форме прямоугольника приэтом может быть использовано? *Ответ оформить в виде «а) 20, б) 10».*

Задача 16. На острове живут рыцари (говорят только правду) и лжецы (всегда лгут). Путешественник встретил группу из шести островитян и спросил каждого из них, сколько среди них лжецов. Он получил следующие ответы (некоторые могли прозвучать несколько раз): «Один»,
«Два», «Шесть». Сколько на самом деле могло быть лжецов среди них? Если в задаче возможно несколько ответов, запишите их сумму.

Задача 17. Кот Василий ловил рыбу в пруду. В первый день он поймал 2 рыбы, во второй — 5 рыб, в третий — 8 рыб, и так далее, каждый следующий день он ловил на три рыбы больше, чем в предыдущий. После того, как в очередной день он поймал 53 рыбы, вся рыба в пруду закончилась. Сколько всего рыб поймал Василий за все дни?

Задача 18. Найдите сумму всех четырехзначных чисел, в записи которых используются только цифры 0 и 2.

Задача 19. По кругу расставлены все натуральные числа от 1 до 10 в каком-то порядке. Назовем число n интересным, если оно больше, чем соседнее с ним число по часовой стрелке, но меньше, чем соседнее с ним число против часовой стрелки. Какое а) наибольшее; б) наименьшее количество интересных чисел могло оказаться? *Ответ оформить в виде «а) 20, б) 15».*

Задача 20. Три котенка ели сосиски. Сначала Карамелька съела четверть всех сосисок. Затем начал есть Коржик, он ел вдвое быстрее Карамельки и ел 12 минут. После этого начал есть Компот, который ел втрое быстрее Карамельки, и доел оставшиеся сосиски за 5 минут. Сколько минутпотратили все котята вместе на поедание всех сосисок?

Задача 7. Сколько процентов от общего количества трехзначных чисел составляют трехзначные числа, в записи которых не используется цифра 0?

Задача 8. Вычислите

$$\frac{\frac{2}{3}+\frac{3}{5}+\frac{2}{15}+\frac{4}{7}+\frac{2}{35}}{\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}}.$$

Задача 9. Сколькими способами можно выбрать три натуральных числа a, b и c такие, что $a<b<c$ и произведение всех трех чисел равно 200?

Задача 10. Расставьте в некоторых (можно во всех) промежутках между цифрами: 8 1 2 2 0 2 2 знаки арифметических действий («+», «–», «×», «÷») так, чтобы значение получившегося выражения равнялось 198. Можно использовать скобки. *В ответ запишите все выражение целиком.*

Задача 11. Чашка кипящей воды (температуры 100°) помещена в холодильник, температура в котором поддерживается постоянной и равной 4°. Предположим, что разница между температурой воды и температурой холодильника каждые 5 минут становится вдвое меньше, чем была. Сколько градусов будет составлять температура воды через 25 минут?

Задача 12. Семь судей выставляют оценки от 1 до 10 за выступление в гимнастике. Сумма всех семи выставленных оценок равна 36. После этого убирается одна самая высокая оценка и одна самая низкая (если есть несколько одинаковых самых высоких или самых низких оценок, то убирается только одна из них). Какая наименьшая сумма пяти оставшихся оценок могла получиться?

Задача 13. Вдоль улицы внутри квартала стоят дома, их номера нечетны и номер каждого следующего на 2 больше предыдущего. Номер первого дома больше 1. Известно, что 28% домов имеют номер меньше 42, а 36% домов имеют номер больше 60. Найдите номер последнего дома по этой улице внутри квартала.

Всероссийская олимпиада школьниковпо
МАТЕМАТИКЕ

Муниципальный этап
7 класс
Инструкция по выполнению работы

В каждой из предложенных вам задач нужно ***написать правильный ответ****. Ответ может быть числовой, а может быть строкой текста. Если в задаче требуется привести пример, достаточно указать один пример.* ***Никаких решений задач писать не нужно! Если вы пишете олимпиаду очно, то вы сдаете ТОЛЬКО бланк ответов. Если вы пишете онлайн, то вам нужно ввести ответы в систему. Условия задач можно оставить себе.*** *Пользоваться калькулятором НЕ разрешается*

Максимальное количество баллов — 100.
Время выполнения заданий — 240 минут.

Желаем успеха!

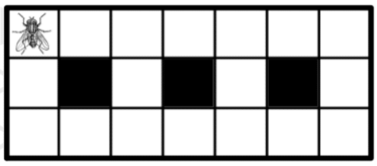
Задача 1. Решите ребус АБ + БВ + ВА = ВБА. Одинаковые буквы означают одинаковые цифры, разные буквы — разные цифры. *В ответе запишите трехзначное число ВБА.*

Задача 2. Даша задумала число. Затем она вычла из него 3, результат умножила на 7, полученное число снова уменьшила на 3, а затем результат снова умножила на 7. У нее получилось задуманное число. Чему оно равно? *Ответ дайте в виде десятичной дроби, например, «2,73».*

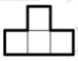
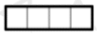
Задача 3. Петя перемножил два числа, первое из которых равно 15. После этого он увеличил второе число на 4 и снова подсчитал их произведение. На сколько оно стало больше по сравнению с первым результатом?

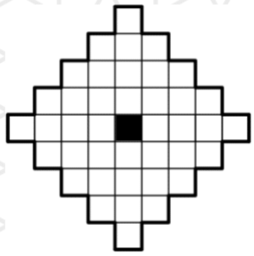
Задача 4. Айрат выписывает все четырехзначное числа, в записи которых есть только цифры 2 и 6. Сколько выписанных им чисел делятся и на 2, и на 6?

Задача 5. Муха ходит по полю размером 3×7 клеточек, три из которых вырезаны и на них муха встать не может. Вначале она стоит в левом верхнем углу. Каждую секунду муха переползает в любую соседнюю по стороне клетку (в том числе она может переползти и в ту, в которой уже была). Сколько существует клеток, в которых она может оказаться ровно через 6 секунд?



Задача 6. В чемпионате Анчурии по футболу участвует 8 команд. На первом этапе каждая пара команд играет между собой по два раза. На втором этапе первые четыре команды играют между собой по два раза за 1-4 места, и вторые четыре команды тоже играют между собой по два раза за 5-8 места. Сколько всего сыграно матчей за весь чемпионат?

Задача 14. На картинке показана фигура с дыркой в центре. Эту фигуру требуется разрезать без остатка на клетчатые фигурки из четырех клеток вида  и  (при этом необязательно использовать оба вида фигурок). Фигурки можно поворачивать и переворачивать, но они не могут накладываться друг на друга и выходить за пределы доски. Какое а) наибольшее и какое б) наименьшее количество фигурок в форме прямоугольника при этом может быть использовано? *Ответ оформить в виде «а) 20, б) 10».*

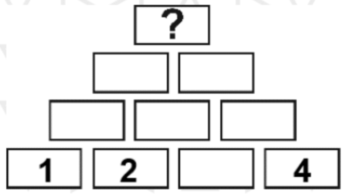


Задача 15. Числа от 1 до 2022 выписаны подряд в обратном порядке: 20222021202020192019…54321. Какая цифра стоит на 2022-ом месте (слева)?

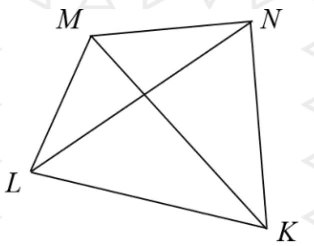
Задача 16. Моторная лодка спустилась вниз по течению реки на 24 км и вернулась обратно, затратив на весь путь 2 часа 30 минут. Найти собственную скорость лодки, если известно, что 8 км по течению реки она проплывает на 10 минут быстрее, чем против течения. *Ответ дайте в км/час.*

Задача 17. На острове живут рыцари (говорят только правду) и лжецы (всегда лгут). Путешественник встретил группу из семи островитян и спросил каждого из них, сколько среди них лжецов. Он получил следующие ответы (некоторые могли прозвучать несколько раз): «Два», «Четыре», «Семь». Сколько на самом деле могло быть лжецов среди них? *Если в задаче возможно несколько ответов, запишите их сумму*.

Задача 18. Число в каждом кирпичике на рисунке слева (кроме нижнего ряда) равно сумме чисел в двух кирпичиках, на которых он стоит. Найдите число в верхнем кирпичике, если известно, что сумма чисел во всей пирамиде равна 101.



Задача 19. Дан выпуклый четырёхугольник $KLMN$. Известно, что $\angle LKM = \angle MLN$, $\angle KMN = \angle LNK$ и $\angle KLM + \angle KNM = 220°$. Найдите тот угол между его диагоналями, который меньше, чем 90°. *Ответ дать числом градусов. Картинка приведена только для пояснения, углы на ней не соответствуют условию.*



Задача 20. Наиля разделила натуральное число n на натуральное число k и получила частное 117 и остаток 16. Какое наименьшее значение могла принимать сумма $n+k$?

8 класс

1. Можно ли найти четыре различных натуральных числа, каждое из которых не делится ни на 2, ни на 3, ни на 4, но сумма любых двух делится на 2, сумма любых трёх делится на 3, а сумма всех четырёх делится на 4?

2. По кругу расставили в некотором порядке числа от 1 от 8, а затем записали суммы соседних чисел. Могло ли получиться 8 последовательных чисел (в каком-то порядке)?

3. Найдите все различные простые числа a, b и c такие, что $ab + bc + ca \geqslant abc$.

4. За круглым столом сидят 30 человек, каждый из которых или рыцарь, который всегда говорит правду, или лжец, который всегда лжёт. Каждого спросили: «Сколько рыцарей среди ваших соседей?» (Двое сидящих называются *соседями* друг друга, если между ними нет других сидящих.) 10 человек ответили «один», 10 — «два» и 10 — «ни одного». Каким наибольшим может быть число рыцарей за столом?

5. В треугольнике ABC угол A равен $75°$, угол C равен $60°$. На продолжении стороны AC за точку C отложили отрезок CD, равный половине стороны AC. Найдите угол BDC.

Продолжительность олимпиады — **4 часа**.
Максимальное число баллов за задачу — **7 баллов**.
Максимальное число баллов за все задачи — **35 баллов**.

9 класс

1. Можно ли найти пять различных натуральных числа, каждое из которых не делится ни на 3, ни на 4, ни на 5, но сумма любых трёх делится на 3, сумма любых четырёх делится на 4, а сумма всех пяти делится на 5?

2. Известно, что $2x + y^2 + z^2 \leqslant 2$. Докажите, что $x + y + z \leqslant 2$.

3. Найдите наименьшее натуральное число n такое, что суммы цифр каждого из чисел n и $n + 1$ делятся на 17.

4. За круглым столом сидят 30 человек, каждый из которых или рыцарь, который всегда говорит правду, или лжец, который всегда лжёт. Каждого спросили: «Сколько рыцарей среди ваших соседей?» (Двое сидящих называются *соседями* друг друга, если между ними нет других сидящих.) 10 человек ответили «один», 10 — «два» и 10 — «ни одного». Каким наибольшим может быть число рыцарей за столом?

5. В треугольнике ABC точка O_1 — центр вписанной окружности. На продолжении стороны AB за точку B выбрана точка D. Окружность с центром O_2 касается отрезка CD и продолжений сторон AB и AC треугольника ABC. Докажите, что если $O_1C = O_2C$, то треугольник BCD — равнобедренный.

Продолжительность олимпиады — **4 часа**.
Максимальное число баллов за задачу — **7 баллов**.
Максимальное число баллов за все задачи — **35 баллов**.

10 класс

1. Найдите наименьшее 10-значное число, у которого сумма цифр больше, чем у любого меньшего его числа.

2. В шахматном турнире каждый сыграл с каждым по одному разу. Победитель половину партий выиграл, половину — сыграл вничью. Оказалось, что он набрал очков в 9 раз меньше, чем все остальные вместе взятые. (За победу — 1 очко, за ничью — 0,5, за поражение — 0.) Сколько было шахматистов в турнире?

3. Докажите, что любое нечётное составное число можно представить в виде суммы трёх или более последовательных нечётных положительных слагаемых. Сколько существует таких способов для числа 2021?

4. Пусть x, y и z — действительные числа. Найдите наименьшее и наибольшее значение выражения $f = \cos x \sin y + \cos y \sin z + \cos z \sin x$.

5. Сторона AB треугольника ABC больше стороны BC, а угол B равен 40°. На стороне AB взята точка P так, что $BP = BC$. Биссектриса BM пересекает описанную около треугольника ABC окружность в точке T. Найдите угол MPT.

Продолжительность олимпиады — **4 часа**.
Максимальное число баллов за задачу — **7 баллов**.
Максимальное число баллов за все задачи — **35 баллов**.

11 класс

1. Найдите наименьшее 10-значное число, у которого сумма цифр не меньше, чем у любого меньшего его числа.

2. В шахматном турнире каждый сыграл с каждым по одному разу. Победитель половину партий выиграл, половину — сыграл вничью. Оказалось, что он набрал очков в 13 раз меньше, чем все остальные. (За победу — 1 очко, за ничью — 0,5, за поражение — 0.) Сколько было шахматистов в турнире?

3. Длина диагонали прямоугольного параллелепипеда равна 3. Чему равно наибольшее возможное значение площади поверхности у такого параллелепипеда?

4. Все значения квадратного трёхчлена $f(x) = ax^2 + bx + c$ на отрезке $[0; 2]$ по модулю не превосходят 1. Какое наибольшее значение при этом может иметь величина $|a| + |b| + |c|$? Для какой функции $f(x)$ достигается это значение?

5. В треугольнике ABC проведены биссектрисы BB_1 и BB_2 внутреннего и внешнего углов при вершине B. Из точки H пересечения высот опущены перпендикуляры HH_1 и HH_2 на прямые BB_1 и BB_2. В каком отношении прямая H_1H_2 делит сторону AC?

Продолжительность олимпиады — **4 часа**.
Максимальное число баллов за задачу — **7 баллов**.
Максимальное число баллов за все задачи — **35 баллов**.